MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(CONCURSO PÚBLICO DE ADMISSÃO AO COLÉGIO NAVAL /CPACN-2015)

NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE MATERIAL EXTRA

MATEMÁTICA

1) Seja S a soma dos valores inteiros que satisfazem a inequação $\frac{(5x-40)^2}{x^2-10x+21} \leq 0$. Sendo assim, Pode-se afirmar que

(A) S é um número divisíel por 7.
(B) S é um número primo.
(C) S^2 é divisível por 5.
(D) $\sqrt{S}$ é um número racional.
(E) $3S+1$ é um número ímpar.

2) Dado o sistema $S:\begin{cases} 2x-ay=6 \\ -3x+2y=c \end{cases}$ nas variáveis x e y, pode-se afirmar que

(A) existe $a \in \left]\frac{6}{5}, 2\right[$ tal que o sistema S não admite solução para qualquer número real C.

(B) existe $a \in \left]\frac{13}{10}, \frac{3}{2}\right[$ tal que o sistema S não admite solução para qualquer número real C.

(C) se $a=\frac{4}{3}$ e $c=9$, o sistema S não admite solução.

(D) se $a \neq \frac{4}{3}$ e $c=-9$, o sistema S admite infinitas soluções.

(E) se $a=\frac{4}{3}$ e $c=-9$, o sistema S admite infinitas soluções.

3) Seja $k=\left(\frac{9999...997^2-9}{9999...994}\right)^3$ onde cada um dos números 9999...997 e 9999...994, são constituídos de 2015 algarismos 9. Deseja-se que $\sqrt[i]{k}$ seja um número racional. Qual a maior potência de 2 que o índice i pode assumir?

(A) 32
(B) 16
(C) 8
(D) 4
(E) 2

4) Para capinar um terreno circular plano, de raio 7m, uma máquina gasta 5 horas. Quantas horas gastará essa máquina para capinar um terreno em iguais condições com 14m de raio?

(A) 10
(B) 15
(C) 20
(D) 25
(E) 30

5) Para obter o resultado de uma prova de três questões, usa-se a média ponderada entre as pontuações obtidas em cada questão. As duas primeiras questões tem peso 3,5 e a 3ª, peso 3. Um aluno que realizou essa avaliação estimou que:

I - sua nota na 1ª questão está estimada no intervalo fechado de 2,3 a 3,1; e
II - sua nota na 3ª questão foi 7.

Esse aluno quer atingir média igual a 5,6. A diferença da maior e da menor nota que ele pode ter obtido na 2ª questão, de modo a atingir o seu objetivo de média é

(A) 0,6
(B) 0,7
(C) 0,8
(D) 0,9
(E) 1

6) Qual a medida da maior altura de um triângulo de lados 3, 4, 5?

(A) $\frac{12}{5}$

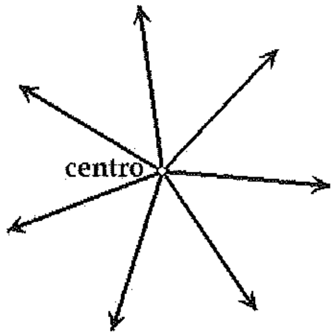
(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) $\frac{20}{3}$

7) Observe a figura a seguir.



A figura acima representa o trajeto de sete pessoas num treinamento de busca em terreno plano, segundo o método "radar". Nesse método, reúne-se um grupo de pessoas num ponto chamado de "centro" para, em seguida, fazê-las andar em linha reta, afastando-se do "centro". Considere que o raio de visão eficiente de uma pessoa é de 100m e que $\pi=3$. Dentre as opções a seguir, marque a que apresenta a quantidade mais próxima do mínimo de pessoas necessárias para uma busca eficiente num raio de 900m a partir do "centro" e pelo método "radar".

(A) 34
(B) 29
(C) 25
(D) 20
(E) 19

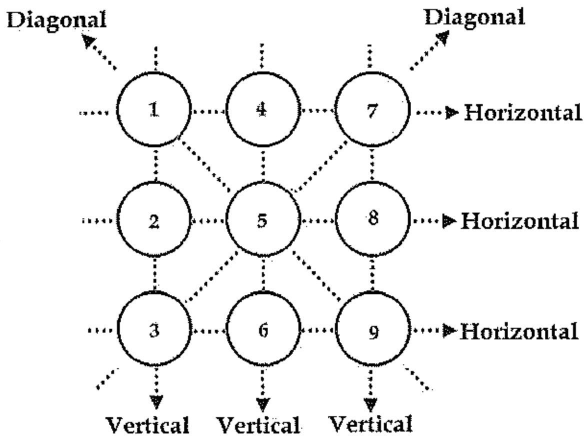
8) Num semicírculo S, inscreve-se um triângulo retângulo ABC. A maior circunferência possível que se pode construir externamente ao triângulo ABC e internamente ao S, mas tangente a um dos catetos de ABC e ao S, tem raio 2. Sabe-se ainda que o menor cateto de ABC mede 2. Qual a área do semicírculo?

(A) 10π
(B) $12{,}5\pi$
(C) 15π
(D) $17{,}5\pi$
(E) 20π

9) Seja x um número real tal que $x^3+x^2+x+x^{-1}+x^{-2}+x^{-3}+2 = 0$. Para cada valor possível de x, obtém-se o resultado da soma de x^2 com seu inverso. Sendo assim, o valor da soma desses resultados é

(A) 5
(B) 4
(C) 3
(D) 2
(E) 1

10) Observe a figura a seguir.



A figura acima é formada por círculos numerados de 1 a 9. Seja "TROCA" a operação de pegar dois desses círculos e fazer com que um ocupe o lugar que era do outro. A quantidade mínima S de "TROCAS" que devem ser feitas para que a soma dos três valores de qualquer horizontal, vertical ou diagonal, seja a mesma, está no conjunto:

(A) $\{1,2,3\}$
(B) $\{4,5,6\}$
(C) $\{7,8,9\}$
(D) $\{10,11,12\}$
(E) $\{13,14,15\}$

11) Seja n um número natural e $\oplus$ um operador matemático que aplicado a qualquer número natural, separa os algarismos pares, os soma, e a esse resultado, acrescenta tantos zeros quanto for o número obtido. Exemplo: $\oplus(3256) = 2+6 = 8$, logo fica: 800000000. Sendo assim, o produto $[\oplus(20)] \cdot [\oplus(21)] \cdot [\oplus(22)] \cdot [\oplus(23)] \cdot [\oplus(24)] \cdot \ldots \cdot [\oplus(29)]$ possuirá uma quantidade de zeros igual a

(A) 46
(B) 45
(C) 43
(D) 41
(E) 40

12) Na multiplicação de um número k por 70, por esquecimento, não se colocou o zero à direita, encontrando-se, com isso, um resultado 32823 unidades menor. Sendo assim, o valor para a soma dos algarismos de k é

(A) par.
(B) uma potência de 5.
(C) múltiplo de 7.
(D) um quadrado perfeito.
(E) divisível por 3.

13) Seja ABC um triângulo de lados medindo 8, 10 e 12. Sejam M, N e P os pés das alturas traçadas dos vértices sobre os lados desse triângulo. Sendo assim, o raio do círculo circunscrito ao triângulo MNP é

(A) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

(B) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

(C) $\frac{8\sqrt{7}}{7}$

(D) $\frac{9\sqrt{7}}{7}$

(E) $\frac{10\sqrt{7}}{7}$

14) ABC é um triângulo equilátero. Seja D um ponto do plano de ABC, externo a esse triângulo, tal que DB intersecta AC em E, com E pertencendo ao lado AC. Sabe-se que $B\hat{A}D = A\hat{C}D = 90°$. Sendo assim, a razão entre as áreas dos triângulos BEC e ABE é

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{5}$

(E) $\frac{2}{5}$

15) Seja ABCD um quadrado de lado "2a" cujo centro é "O". Os pontos M, P e Q são os pontos médios dos lados AB, AD e BC, respectivamente. O segmento BP intersecta a circunferência de centro "O" e raio "a" em R e, também OM, em "S". Sendo assim, a área do triângulo SMR é

(A) $\frac{3a^2}{20}$

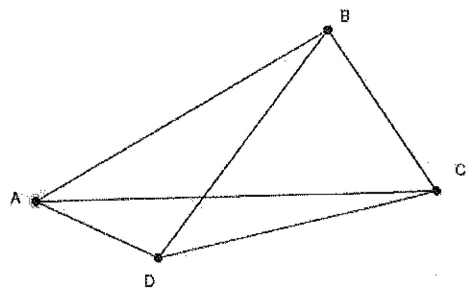
(B) $\frac{7a^2}{10}$

(C) $\frac{9a^2}{20}$

(D) $\frac{11a^2}{20}$

(E) $\frac{13a^2}{20}$

16) Observe a figura a seguir.



Seja ABC um triângulo retângulo de hipotenusa 6 e com catetos diferentes. Com relação à área 'S' de ABC, pode-se afirmar que

(A) será máxima quando um dos catetos for $3\sqrt{2}$.
(B) será máxima quando um dos ângulos internos for 30°.
(C) será máxima quando um cateto for o dobro do outro.
(D) será máxima quando a soma dos catetos for $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
(E) seu valor máximo não existe.

17) Sejam $A = \{1, 2, 3, ..., 4029, 4030\}$ um subconjunto dos números naturais e $B \subset A$, tal que não existem x e y, $x \neq y$, pertencentes a B nos quais x divida y. O número máximo de elementos de B é N. Sendo assim, a soma dos algarismos de N é

(A) 8
(B) 9
(C) 10
(D) 11
(E) 12

18) O número de divisores positivos de 10^{2015} que são múltiplos de 10^{2000} é

(A) 152
(B) 196
(C) 216
(D) 256
(E) 276

19) Dado que o número de elementos dos conjuntos A e B são, respectivamente, p e q, analise as sentenças que seguem sobre o número N de subconjuntos não vazios de $A \cup B$.

I - $N = 2^p + 2^q - 1$

II - $N = 2^{pq-1}$

III- $N = 2^{p+q} - 1$

IV - $N = 2^p - 1$, se a quantidade de elementos de $A \cap B$ é p.

Com isso, pode-se afirmar que a quantidade dessas afirmativas que são verdadeiras é:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

20) No triângulo isósceles ABC, AB = AC = 13 e BC = 10. Em AC marca-se R e S, com CR = 2x e CS = x. Paralelo a AB e passando por S traça-se o segmento ST, com T em BC. Por fim, marcam-se U, P e Q, simétricos de T, S e R, nessa ordem, e relativo à altura de ABC com pé sobre BC. Ao analisar a medida inteira x para que a área do hexágono PQRSTU seja máxima, obtém-se:

(A) 5
(B) 4
(C) 3
(D) 2
(E) 1